EXERCICE N°1 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2014

On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{2}(1-i)z - 2i = 0$.

1°) a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E).

2°) a) Donner l'écriture exponentielle de $1-i$.

b) Vérifier que pour tout nombre complexe z : $2\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right)^2 - \sqrt{2}(1-i)\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right) - 2i = -2i(z^2 - z + 1)$.

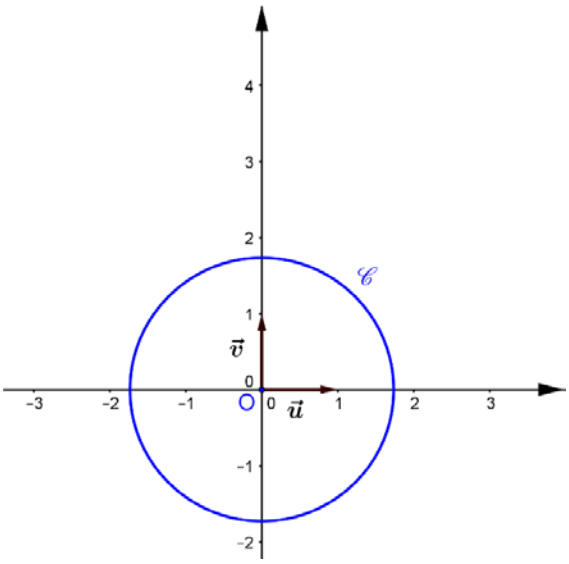
c) Montrer que les solutions de l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ sont $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d) En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

e) Déterminer alors la valeur de $\cos\dfrac{\pi}{12}$.

EXERCICE N°2 — 5 points — 30 ' — PRINCIPALE 2015

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.



1°) Soit A le point d'affixe $a = 1 + i\sqrt{2}$.

a) Montrer que A appartient au cercle $\mathscr{C}$.

b) Placer A.

2°) On Considère dans $\mathbb{C}$, l'équation :

$$(E) : z^2 - 2i\sqrt{3}z - 6i\sqrt{2} = 0 \ .$$

a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $12a^2$.

b) En déduire que les solutions de l'équation (E) sont :

$z_1 = \sqrt{3}\left[-1 + i\left(1 - \sqrt{2}\right)\right]$ et $z_2 = \sqrt{3}\left[1 + i\left(1 + \sqrt{2}\right)\right]$.

3°) On considère le point K d'affixe $z_K = i\sqrt{3}$ et on désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives z_1 et z_2 .

a) Vérifier que K est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

b) Montrer que $\dfrac{z_2 - z_1}{a} = \sqrt{3}$.

En déduire que la droite (M_1M_2) est parallèle à la droite (OA).

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

c) Montrer que $M_1M_2 = 6$.

d) Placer le point K et construire alors les points M_1 et M_2.

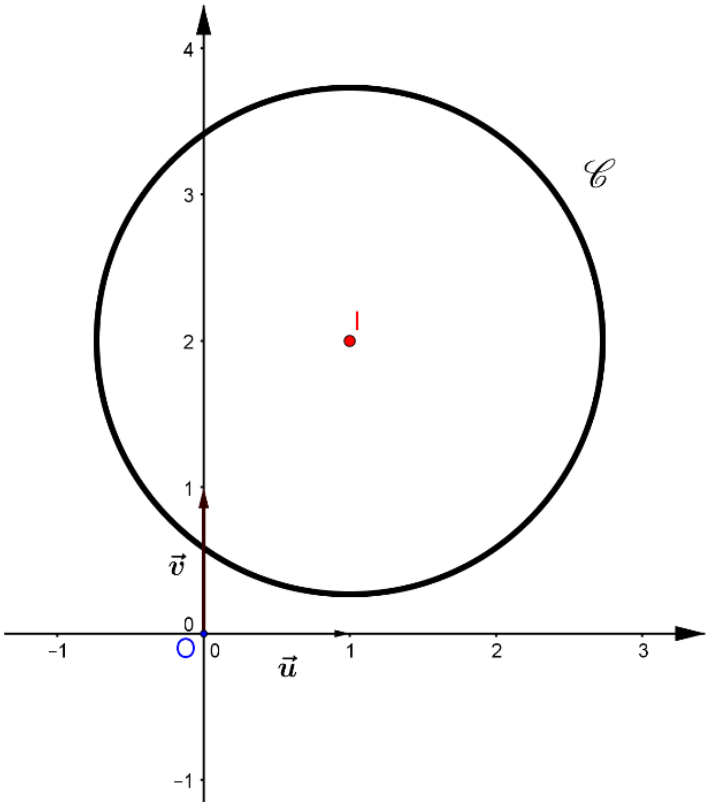
EXERCICE N°3 — 5 points — 30 ' — CONTRÔLE 2015

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - 4\, e^{i\frac{\pi}{3}} z + e^{2i\frac{\pi}{3}} = 0$.

1°) a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $\left(2\sqrt{3}\; e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

b) Résoudre l'équation (E). On donnera les solutions sous forme exponentielle.

2°) dans la figure ci-dessous, $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et $\mathscr{C}$ est le cercle de centre I d'affixe $z_I = 1 + i\sqrt{3}$ et de rayon $\sqrt{3}$.



a) Écrire z_I sous forme exponentielle.

b) La droite (OI) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en deux points A et B tels que $OA < OB$.

Placer A et B, puis justifier que $OA = 2 - \sqrt{3}$ et $OB = 2 + \sqrt{3}$.

c) En déduire que les affixes respectives z_A et z_B des points A et B sont les solutions de l'équation (E).

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com